

KIER DISCUSSION PAPER SERIES

KYOTO INSTITUTE OF ECONOMIC RESEARCH

Discussion Paper No.1204

“GDP ギャップの推計誤差の評価”

石田良、中澤正彦

2012年7月



KYOTO UNIVERSITY

KYOTO, JAPAN

GDP ギャップの推計誤差の評価¹

石田良²
中澤正彦

要旨

あるときは景況感を知る上で、あるときは物価動向を考察する上で、GDP ギャップの値は既に政策判断には必要不可欠な指標となっている。その重要性を反映し、IMF、OECD、日本銀行、内閣府をはじめとした各種機関は GDP ギャップのさまざまな推計値を推計方法とともに発表してきた。

しかしながら、GDP ギャップは推計によってしか求められないものであるため、必然的に各機関の公表値は異なったものとなっており、従って「結果は幅をもってみるべきである」といった留保とともに公表されることが多かった。ところが具体的にどのくらいの幅をもって結果をみるべきなのかについて、定量的なガイドラインが提示されることは僅少であり、点推計値があくまで定性的な留保とともに公表されることが通例であった。

この問題に対処すべく、本稿では GDP ギャップの推計にどのくらいの誤差が生じるものなのかの目安を定量的に提示した。無論、GDP ギャップの推計手法には複数の手法があり、手法が異なれば誤差の見積もりも異なってくる。本稿では内閣府等が公表している推計手法を参照しつつ、生産関数アプローチを用いた推計を行い、その場合 GDP ギャップの推計値には、点推計で見れば 95%信頼区間（2 標準偏差）でいえば 1.6%前後の誤差が生じうるものであることを明らかにした。

¹ 本稿は「経済構造の中長期的な変化の下での財政経済に関する高度なシミュレーション手法の開発」（平成 24 年度）における現時点での研究成果に基づくものであるが、本稿の内容は著者の所属する組織の見解を示すものではない。本稿を作成するにあたり、小寺剛研究員（京都大学経済研究所）及び中川雅央研究員（京都大学経済研究所）より貴重なコメントを頂戴した。また、太田勲氏（財務総合政策研究所研究員）及び松田和也氏（財務総合政策研究所研究員）の多大なる協力があつたことをここに記したい。また、あり得べき誤りは著者に帰するものである。

² 石田良（財務総合政策研究所主任研究官 [rishida112358 at gmail.com](mailto:rishida112358@gmail.com)）、中澤正彦（京都大学経済研究所准教授 [nakazawa at kier.kyoto-u.ac.jp](mailto:nakazawa@kier.kyoto-u.ac.jp)）。メールをお送りになる際は at を@に変換してください。

GDP ギャップの推計誤差の評価³

石田良⁴
中澤正彦

第1節 序論

“*Le plus important est invisible*“ (大切なものは目に見えない)
by Saint-Exupéry [1943: p.82] ”Le Petit Prince”

本稿は、内閣府等が公表している手法を参照し、生産関数アプローチによる GDP ギャップの推計を行った場合、その推計値がどの程度の幅をもって見られなければならないのかを、各推計項目の推計誤差の見積もりの積上げの形で提示することを目的としている。

経済動向を論じるとき、まず思い浮かべるのは観測変数であろう。観測変数とは GDP、消費者物価、失業率をはじめとした変数で、何らかの形で観測することが可能な変数である。それらの変数は内閣府、総務省をはじめとした政府等機関が、定期的に公表し、一般の利用に供されている。

しかしながら、観測変数だけで経済を論じることができるだろうか。

例えば私たちは他人と話すときに、観測変数——例えば話している内容、口調——から、観測できない変数すなわち潜在変数——例えば相手の心情——を憶測するものだが、このとき、潜在変数の重要性は、観測変数の重要性に勝るとも劣らない。

経済においても同様に、観測はできないが重要性が高い潜在変数が存在する。特にマクロ経済においては、そのような潜在変数の1つとして GDP ギャップが挙げられることは論を俟たない。

GDP ギャップとは、観測された GDP と、中長期的に持続可能な GDP すなわち潜在 GDP との乖離率を指す。この GDP ギャップが正であればすなわち観測された GDP が潜在 GDP を上回っているということであり、物価上昇圧力があること、景況感が良いこと等が推察される。負であればその逆が推察される。実際に酒巻 [2009] でも報告されているように GDP ギャップと代表的な景気指標の間には整合的な結果が見られる。また一上ほか [2009] でも報告されている通り GDP ギャップは物価上昇率と結果的に緩やかな関係を持

³本稿は「経済構造の中長期的な変化の下での財政経済に関する高度なシミュレーション手法の開発」(平成24年度)における現時点での研究成果に基づくものであるが、本稿の内容は著者の所属する組織の見解を示すものではない。本稿を作成するにあたり、太田勲氏(財務総合政策研究所研究員)及び松田和也氏(財務総合政策研究所研究員)の多大なる協力があったことをここに記したい。また、あり得べき誤りは著者に帰するものである。

⁴石田良(財務総合政策研究所主任研究官 rishida112358@gmail.com)、中澤正彦(京都大学経済研究所准教授 nakazawa@kier.kyoto-u.ac.jp)。メールをお送りになる際は at を@に変換してください。

っており、宮尾 [2001] で報告されている通り GDP ギャップはインフレ率の予測力も持つ。そればかりか、テイラールール⁵に象徴されるように、GDP ギャップは金融政策にも非常に重要な役割を担っている。このように GDP ギャップはマクロ経済を語る上で欠くべからざるものではあるが、そもそも潜在 GDP が潜在変数であるので、GDP ギャップも潜在変数であり、従って何らかの手法により推計を行わなければその値は得られない。

この推計方法は何種類か提唱されている。それらの推計手法は日本銀行調査統計局 [2003]、一上ほか [2009]、酒巻 [2009] 等に詳しいが、主に図表 1 の通り分類できる。

図表 1 GDP ギャップ及び潜在 GDP の推計方法

推計方法	概要	潜在 GDP の考え方 (例)	特徴
生産関数 アプローチ	生産会計に基づき、標準的な資本、労働の利用及び全要素生産性に基づき達成される GDP を潜在 GDP とする手法。	・中長期的に持続可能な GDP	・要因分解が可能 ・供給側の推計にのみ基づく ・物価情報を用いない ・構造変化の認識が遅れる ・政策の場で多く用いられている
フィルタ リング・ア プローチ	統計的手法により抽出した GDP のトレンド成分を潜在 GDP とする手法。	・実質 GDP のトレンド成分	・推計が簡易 ・構造変化の認識が遅れる ・足下の数字のブレが大きい ・浦沢・清谷 [2008] によると推計誤差は±1%
潜在変数 アプローチ	GDP ギャップと他経済変数（インフレ率等）の関係を重視する手法。	・インフレを加速も減速もさせない GDP 水準	・フィリップス曲線、オウクンの法則等に則った推計結果が得られる ・経済・物価予測には使いづらい
動学的一般均衡 アプローチ	最新の経済理論と整合的な潜在 GDP を推計する手法。	・名目硬直性がなく、価格、賃金等へのショックがないと仮定した場合の GDP 水準	・近年のマクロ理論と整合的 ・推計の信頼区間を自動的に導出 ・モデルの定式化により結果の平滑度が変化 ・計算負荷大

⁵ Taylor [1993] により提唱された、金融政策を評価する枠組み。具体的には、(名目)政策金利を i 、インフレ率を π 、(実質)自然利子率を r^* 、目標インフレ率を π^* 、GDP ギャップを gap 、 a_π 及び a_y を正係数としたときに、 $i = \pi + r^* + a_\pi(\pi - \pi^*) + a_y gap$ とするもの。Taylor [1993] では $a_\pi = a_y = 0.5$ が提唱されている。

※記述内容は山澤 [2002], 鎌田・廣瀬 [2003], 浦沢・清谷 [2008], 一上ほか [2009], Fueki et al. [2010] 等に基づく.

生産関数アプローチに基づいた GDP ギャップ又は潜在 GDP は鎌田・増田 [2000, 2001], 宮川・真木 [2001], Sato [2001], 日本銀行調査統計局 [2003], 伊藤ほか [2006], IMF [2006], 一上ほか [2009], 酒巻 [2009] 等でその推計が報告されている. また, しばしば内閣府 [2011], 内閣府政策統括官室 (経済財政分析担当) [2011], 小寺 [2012a, 2012b] のように, 内閣府等が生産関数アプローチに基づいた推計を公表している.

生産関数アプローチは酒巻 [2009] でも報告されている通り, 推計の細部には違いがあるものの, 内閣府, 日本銀行, IMF, OECD といった公的機関で用いられている手法であり, 政策的な実用性を踏まえ, 本稿でもこの手法について詳述することとする.

生産関数アプローチ以外の推計手法も知られている.

フィルタリング・アプローチは実質 GDP を, 経済学的な理論を前提とせず, 統計的な手法を用いてトレンド成分と循環成分に分解し, トレンド成分を潜在 GDP とする方法であり, 日本銀行調査統計局 [2003] 及び一上ほか [2009] で触れられている通り, HP フィルター⁶を用いるアプローチが頻用されるが, その他にも浦沢・清谷 [2008] にあるように周波数領域分析や線形トレンドといった方法が知られている.

潜在変数アプローチは, GDP ギャップと他の経済変数の間に何らかの関係を先験的に仮定し, GDP ギャップ自体もある遷移式に従って推移すると仮定することにより, GDP ギャップを推計する方法である. 先験的な仮定としては, フィリップス曲線すなわち GDP ギャップとインフレ率の関係が用いられることが多いが (山澤 [2002], 鎌田・廣瀬 [2003]), オークンの法則すなわち GDP ギャップと失業率の関係を用いたり (牛嶋 [2011]), GDP ギャップと複数の経済変数の関係を用いたり (村澤 [2007]) する例も見られる.

最後に, 動学的一般均衡アプローチは, フォワードルッキングな経済主体を前提にした最新の経済モデルを前提にした手法であり, 近年になって, 例えば Yano [2009], Fueki et al. [2010], Yano et al. [2010] のような分析が公表されてきている.

しかしながら, GDP ギャップは観測できず推計されるものであるため, 必然的に推計誤差が生じる. 異なる推計手法間での推計結果が異なるのみならず, 同様の推計手法の中であっても推計結果は異なってくるのが知られ, そのために「結果は幅をもってみるべ

⁶ Hodrick and Prescott [1997] により用いられた平滑化手法で, 時系列 x_t に対し, そのトレンド成分 x_t^T を $\{x_t^T\} = \arg \min_{\{x_t^T\}} \left[\sum_{t=t_0}^{t_1} (x_t - x_t^T)^2 + \lambda \sum_{t=t_0+1}^{t_1-1} \{(x_{t+1}^T - x_t^T) + (x_t^T - x_{t-1}^T)\}^2 \right]$ (ただし λ は正係数) として与える手法.

きである」といった留保が付けられることが多い（例えば伊藤ほか [2006: p.1] では「十分な幅を持ってしておく必要がある」と記載している）。実際、宮尾 [2003] はバブル期の GDP ギャップを取り上げ、その推計方法により当時の景気情勢判断が大きく異なりえたことに言及している。

しかしながら浦沢・清谷 [2008] や酒巻 [2009] にもあるとおり、この幅が実際にどの程度なのかを定量的に記述した論文は必ずしも多くない。

生産関数アプローチに関しては伊藤ほか [2006] が、遡及改定に伴う潜在 GDP の伸び率すなわち潜在成長率の改定幅は最大 1%程度になることを指摘している程度である。

生産関数アプローチ以外については、誤差の程度を定量的に分析した文献が存在する。例えば浦沢・清谷 [2008] はフィルタリング・アプローチに伴う推計誤差について、モンテカルロ法やブートストラップ法に基づき、95%信頼区間で誤差は±1%程度と導いている。また、潜在変数アプローチや動学的確率的一般均衡アプローチであれば、推計の際に確率変数を用いるので、推計の際に自動的に誤差の水準も導出される（鎌田・廣瀬 [2003]、村澤 [2007]）。しかしながら、生産関数アプローチは政策に多用されるのにもかかわらず、点推計のみが提示されることが多く、その推計をどのくらいの幅をもってみれば良いのかについて、推計の際の項目毎に定量的に評価した分析が見当たらない。

従って、本稿では、内閣府等が公表している推計手法を参照した上で、生産関数アプローチによる GDP ギャップの推計がどの程度の幅をもって見られなければならないのかを、各推計項目の推計誤差の定量的な見積もりの積上げの形で提示し、もって GDP ギャップの政策利用の一助にしたいと考えている。

なお、ここで、推計誤差について、概念的な整理をしておきたい。そもそも GDP ギャップの推計は各潜在変数の捉え方、すなわち定式化の違いによっても異なりうる。例えば HP フィルターのスムーズ度を表す定数 λ の値には Hodrick and Prescott [1997] に倣って月次データには 14400、四半期データには 1600、年次データには 100 が用いられることが多い（鎌田・廣瀬 [2003]）ものの、四半期データに 6400 が用いられる例も見られ（小野 [2009]）、定数 λ の値の置き方によって推計結果も異なることとなる。しかしながら、このような定式化による結果の違いについては、網羅的に各種定式化を比較するのが困難なため、今回は触れないこととした。

そして、本稿で述べる推計誤差とは、あくまで定式化が正しいと仮定した場合の真の値からのずれを 2 標準偏差あるいは 95%信頼区間で評価したものとした。

具体的には以下の 4 つの推計誤差について考えることとした。

- ・構造失業率を求める際に用いる UV 分析については、重回帰分析を用いた際の標準誤差に基づく 95%信頼区間（2 標準偏差）。
- ・HP フィルターを用いた推計を用いている部分については、浦沢・清谷 [2008] に倣い、ブートストラップ法又はモンテカルロ法に基づく信頼区間（2 標準偏差）。
- ・潜在稼働率を求める際の回帰分析については、回帰直線の標準誤差に基づく 95%信頼区

間（2標準偏差）。

- ・その他，回帰分析においては，回帰曲線の標準誤差に基づく95%信頼区間（2標準偏差）。

本稿の構成は次の通りである。第2節では生産関数アプローチによるGDPギャップの推計方法を説明し，推計のどの項目で推計誤差が生じるかを指摘する。第3節では第2節で紹介した各項目における推計誤差を定量的に提示する。第4節では結論を述べる。

第2節 生産関数アプローチの説明

序論で述べたとおり，まず生産関数アプローチによる潜在GDP，そしてGDPギャップの推計方法を述べる。GDPギャップは現実GDPと潜在GDPの乖離率で，具体的には

$$\text{GDPギャップ} = \frac{\text{現実GDP} - \text{潜在GDP}}{\text{潜在GDP}}, (1)$$

と計算されるので，以下では潜在GDPの推計方法について述べる。

生産関数アプローチによる推計方法にも細部には差があるが，基本的に酒巻 [2009]，内閣府 [2011]，内閣府政策統括官室（経済財政分析担当） [2011]，小寺 [2012a, 2012b] 等に倣った推計方法を用いるものとする。

推計は1980～2011年について，四半期ベースで行う。

まず生産関数の形状を決定する。生産関数としてはCobb=Douglas型より一般性の高いCES型生産関数が用いられる例もあるが（Sato [2001]，OECD [2002]），政府（内閣府 [2011]，内閣府政策統括官室（経済財政分析担当） [2011]），日本銀行（伊藤ほか [2006]），国際機関（IMF [2002]）をはじめ多くの推計がCobb=Douglas生産関数を用いていることから，本稿でもCobb=Douglas型生産関数を用いることとする。

Cobb=Douglas型生産関数の形状にも，全要素生産性成長率を一定として人口成長率の動きに着目する例もあるが（草場 [2007]），多くの推計が資本投入量，労働投入量及び全要素生産性の動きで潜在GDPの動きを説明するアプローチをとっており，本稿でもその手法を踏襲することとする。すなわち生産関数は以下の通り定式化する。

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}. (2)$$

Y ：実質GDP， A ：全要素生産性

K ：現実資本投入量， L ：現実労働投入量

α ：資本分配率

α は酒巻 [2009]，内閣府 [2011]，小寺 [2012a, 2012b] 等の先行研究に倣って，0.33を仮定する。

(2)式に現実資本投入量及び現実労働投入量を代入すると，全要素生産性 A^7 が得られる。このようにして求められた全要素生産性 A には，景気変動等の短期的な変動も含まれて

⁷ 残差項として得られるため，Solow残差とも呼ばれる。

いる。この A を粗全要素生産性と呼ぶこととし、 A を HP フィルターにより平滑化したものを真の全要素生産性 \tilde{A} と呼ぶことにする。

資本ストックが、現実の稼働率ではなく、景気情勢等による変動部分を除いた潜在的な稼働率を達成した際の資本投入量を潜在資本投入量 \tilde{K} とする。また、現実の労働参加率や失業率ではなく、景気情勢等による変動部分を除いた潜在的な労働参加率や失業率を達成した際の労働投入量を \tilde{L} とする。その上で、潜在 GDP を以下の通り定義する。

$$\tilde{Y} = \tilde{A} \tilde{K}^\alpha \tilde{L}^{1-\alpha} \quad (3)$$

\tilde{Y} : 潜在 GDP, \tilde{A} : 真の全要素生産性

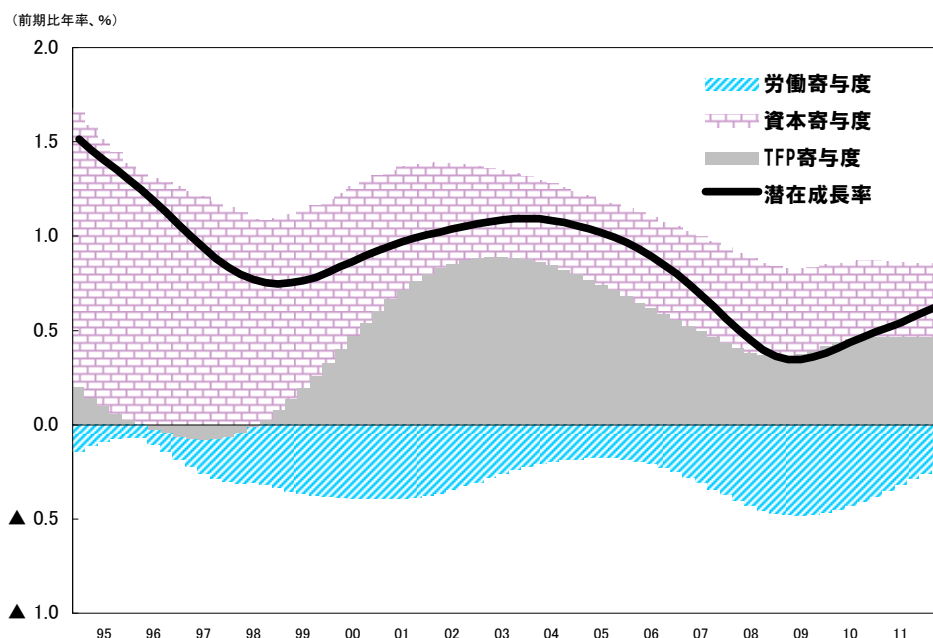
\tilde{K} : 潜在資本投入量, \tilde{L} : 潜在労働投入量

このようにすると潜在 GDP の伸びを、生産性の伸び、資本の伸び、労働の伸びの3つに分解でき、生産会計に則った結果が得られるのみならず、一定の仮定を置くことにより将来の潜在成長率を推計することもできる。

このようにして求められた潜在成長率及び GDP ギャップの試算値はそれぞれ図表 2 及び図表 3 の通りである⁸。

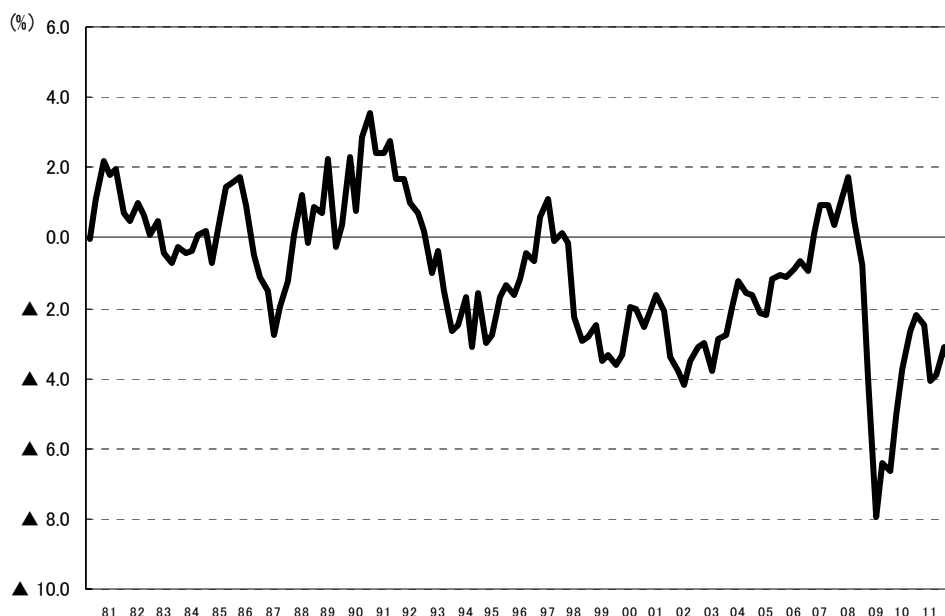
この推計結果は、内閣府 [2011], 小寺 [2012b] 等の推計結果と同一ではないが、トレンド、水準とも概ね似た動きとなっている。

図表 2 : 2012 年 4 月時点の潜在成長率推計値 (試算)



図表 3 : 2012 年 4 月時点の GDP ギャップ推計値 (試算)

⁸ なお、内閣府政策統括官室（経済財政分析担当） [2011] に倣って GDP ギャップ推計に関しては震災補正を行い、潜在成長率に関しては震災補正を行っていない。



上述のように求められた潜在 GDP は「経済の過去のトレンドからみて平均的な水準で生産要素を投入した時に実現可能な GDP」（小寺 [2012a: p.1]）として定義される GDP であり、資本や労働等の生産要素が最大の能力を発揮した際の GDP ではないことに留意されたい。また、過去のトレンドからみているので、構造変化や技術革新等の影響を反映するのが遅れがちであること、IT 技術に代表されるように限界費用が非常に小さい産業については供給能力ではなく過去の需要の趨勢を反映した数値となっていることに留意されたい。

このように生産関数アプローチによる潜在 GDP の推計は原理的にはそれほど複雑なものではない。しかしながら、推計方法を詳細に見てゆくと、推計誤差が生じうる項目が何点か発見できる。

以下では、生産関数アプローチによる潜在 GDP の推計を詳細に見てゆき、推計誤差が生じうる項目を特定することとする。

まず、現実資本投入量は製造業と非製造業に分けて、以下の通り推計される。

$$\text{現実資本投入量} = \begin{array}{l} \text{製造業資本ストック} \times \text{製造業現実稼働率} \\ + \text{非製造業資本ストック} \times \text{非製造業現実稼働率} \end{array} \quad (4)$$

ここで製造業、非製造業ともに民間企業資本ストックの値を用いることにすれば、推計誤差は生じない。もっとも、民間企業資本ストックは除却こそ反映されど減耗は反映されない粗資本ストック統計であるため、純資本ストックの統計である JIP データベースを使ったり（伊藤ほか [2006]、草場 [2007]）、補正係数を用いて修正したりする研究（Sato [2001]）も見られるが、ここでは内閣府 [2011] 等と同様、民間企業資本ストックを用いて

資本ストックの値を得ることとする。

製造業現実稼働率には製造工業稼働率指数を用いるので、推計誤差は生じないと考えることにする⁹。

非製造業現実稼働率は直接入手することができず、推計によらざるを得ない。実際、この推計方法は多岐に渡り、第3次産業活動指数を用いる方法（内閣府 [2011]、内閣府政策統括官室（経済財政分析担当） [2011]、小寺 [2012b]）、非製造業設備判断 BSI を用いる方法（伊藤ほか [2006]）、設備過剰感に関するアンケート調査と業務用電力需要を用いる方法（日本銀行調査統計局 [2003]）等が見られる。また、例え小寺 [2012b] に従って第3次産業活動指数を用いるとしても、後述の回帰分析を行う際の期間の取り方等で差異が生じるものと考えられる。総じて、非製造業現実稼働率の推計は、推計方法の如何によって大きな差異が生じる要因の1つとなっていると考えられる。

本稿では定式化の違いによる差異に対しては触れないこととしているため、定式化についてはどれか1つを選ぶ必要がある。ここでは、非製造業現実稼働率の推計方法としては、直近の内閣府の推計方法にも採用されていることや推計の容易さを鑑み、小寺 [2012b] の手法、すなわち第3次産業活動指数にウォートン・スクール手法等を適用した方法に限定して考察することとし、次節では、小寺 [2012b] に倣った非製造業現実稼働率の推計の際に生じる回帰分析の標準誤差を用いて、推計誤差の定量的評価を行うこととする。

次に、現実労働投入量は以下の通り推計される。

$$\left. \begin{aligned} & \text{現実労働投入量} \\ & = \text{現実就業者数} \times \text{総労働時間} \\ & = 15 \text{歳以上人口} \times \text{労働力率} \times (1 - \text{失業率}) \times \text{総労働時間} \end{aligned} \right\} (5)$$

この推計については、推計誤差は生じにくいと考えられる。

以上の通り、現実資本投入量及び現実労働投入量に関しては、推計誤差が生じうる要因として非製造業稼働率を挙げるのみであった。

しかし、真の全要素生産性、潜在資本投入量及び潜在労働投入量に関しては、推計に負う部分が多くなるので、以下の通り推計誤差が生じる要因が考えられる。

まず真の全要素生産性は残差として求められた粗全要素生産性を HP フィルターで平滑化することにより得られるが、平滑化に伴う誤差は浦沢・清谷 [2008] により既に言及されている通りである。特に Mise et al. [2005] でも指摘されている通り、HP フィルターにより得られる値は足下の現実値に引っ張られやすいことには留意する必要がある。

⁹ 例えば伊藤ほか [2006] は製造工業稼働率指数を短観設備判断 DI で補正しているが、ここでは触れないことにする。

次に潜在資本投入量は製造業と非製造業に分けて、以下の通り推計される。

$$\begin{aligned} \text{潜在資本投入量} = & \text{製造業資本ストック} \times \text{製造業潜在稼働率} \\ & + \text{非製造業資本ストック} \times \text{非製造業潜在稼働率} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで資本ストックについては前述の通り推計誤差は生じないが、潜在稼働率については推計誤差が生じうる。内閣府 [2011]、小寺 [2012b] 等では、製造業、非製造業ともに、現実稼働率を設備判断 DI で線形回帰し、その切片の値を潜在稼働率としているが¹⁰、その回帰分析の標準誤差を用いて推計誤差の程度を論じることとする。

また潜在労働投入量は以下の通り推計される。

$$\begin{aligned} & \text{潜在労働投入量} \\ = & \text{潜在就業者数} \times \text{総労働時間} \\ = & 15 \text{ 歳以上人口} \times \text{潜在労働力率} \times (1 - \text{構造失業率}) \times \text{潜在総労働時間} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで潜在労働力率は労働力率を HP フィルターで平滑化したものとして推計されているが、平滑化に伴う誤差は Mise et al. [2005]、浦沢・清谷 [2008] により既に言及されている通りである。また、補足ではあるが、労働力率で測ることによる問題点についても次節で言及する。

構造失業率は失業率と欠員率の間に成立する関係から次節で述べる UV 分析と呼ばれる手法を用いて計算される。UV 分析は一種の重回帰分析であるので、その標準誤差を用いて推計誤差の程度を論じることとする。また、補遺には、構造変化を明示的に勘案するため、カルマンフィルターを用いて構造変化を捉えることにより推計誤差を求める手法についても紹介した。

最後に潜在総労働時間は総労働時間を HP フィルターにより平滑化したものであるが、こちらについても平滑化に伴う誤差が生じうる。

以上の通り、 $\dot{\cdot}$ 真の全要素生産性、潜在資本投入量及び潜在労働投入量に関しては、推計誤差が生じうる要因として以下の通り挙げることができた。

- ・平滑化に伴う誤差： $\dot{\cdot}$ 真の全要素生産性、潜在労働力率、潜在総労働時間
- ・回帰分析に伴う誤差：製造業潜在稼働率、非製造業潜在稼働率、非製造業現実稼働率
- ・UV 分析に伴う誤差：構造失業率

次節ではそれぞれについて誤差の水準を定量的に評価し、もって GDP ギャップの推計誤差の程度を要因分解する。

¹⁰ この方法に従えば、潜在稼働率は時間によらず定数値を取ることになる。

第3節 分析結果

前節では生産関数アプローチを用いて潜在 GDP を求めるときに推計誤差が発生しうる項目及び発生要因について述べた。それを図表4の通りまとめた。

図表4：推計誤差発生項目，発生要因及び誤差評価方法

推計項目（大分類）	推計項目名	誤差発生要因	誤差評価方法
現実資本投入量	非製造業現実稼働率	回帰分析	標準誤差
全要素生産性	真の全要素生産性	HP フィルター	モンテカルロ法
潜在労働投入量	潜在労働力率	HP フィルター	モンテカルロ法
	構造失業率	UV 分析	標準誤差
	潜在総労働時間	HP フィルター	モンテカルロ法
潜在資本投入量	製造業潜在稼働率	回帰分析	標準誤差
	非製造業潜在稼働率	回帰分析	標準誤差

本稿ではそれぞれの項目別に，推計誤差の水準を見積もることとする。結論として得られた2標準偏差又は95%信頼区間を用いた推計誤差は図表5の通りである。なお，“乖離率”とは推計誤差を推計値で割った値である。

以下ではUV分析に基づく推計誤差（構造失業率），HP フィルターに伴う推計誤差（真の全要素生産性，潜在労働力率，潜在総労働時間），回帰分析に伴う推計誤差（製造業潜在稼働率，非製造業潜在稼働率，非製造業現実稼働率）の順に推計誤差を定量的に見積もることとする。

図表5：95%信頼区間を求めた場合の各推計項目の持つ推計誤差

推計項目（大分類）	推計項目名	推計誤差	GDP ギャップ推計に与える影響
現実資本投入量	非製造業現実稼働率	乖離率±4.45%	±0.99%
全要素生産性	真の全要素生産性	乖離率±0.80%	±0.80%
潜在労働投入量	潜在労働力率	乖離率±0.51%	±0.34%
	構造失業率	±0.48%	±0.34%
	潜在総労働時間(指数)	乖離率±1.07%	±0.72%
潜在資本投入量	製造業潜在稼働率(指数)	乖離率±2.0%	±0.22%
	非製造業潜在稼働率	乖離率±0.086%	±0.019%
計（各項目の誤差が無相関と仮定）			±1.6%
単純加算（参考試算）			±3.4%

3-1. 構造失業率

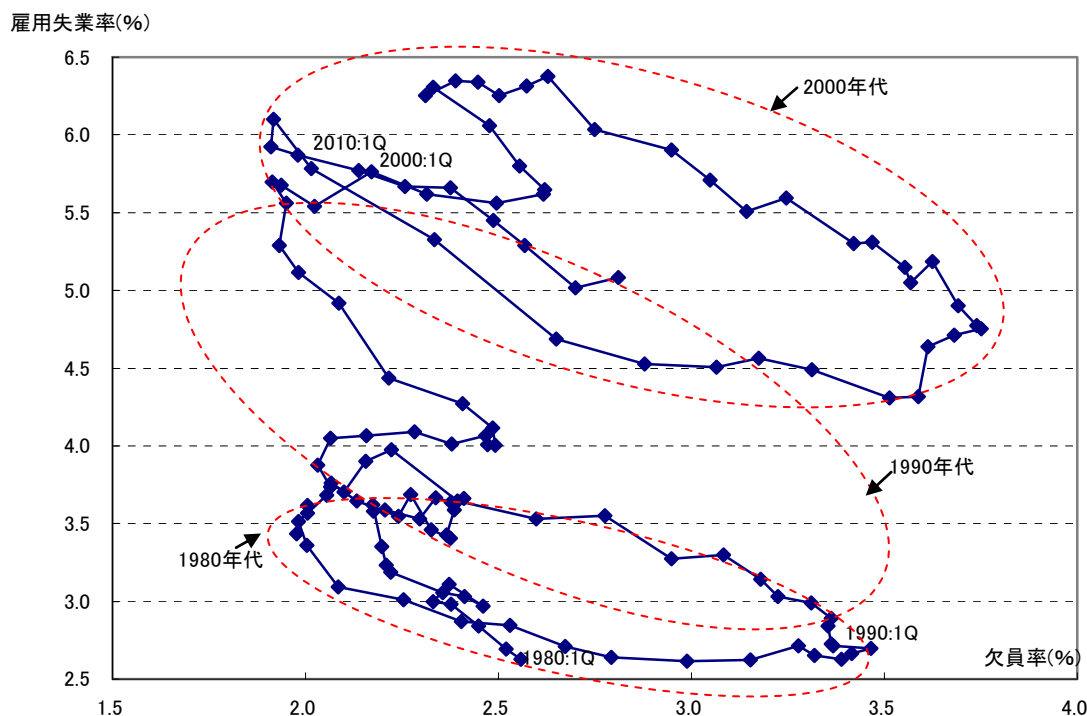
生産関数アプローチにおいて、潜在的な失業率を表す経済指標としては、酒巻 [2009] に記載されている通り、自然利子率を用いる¹¹流儀やNAWRU (Non-Acceleratin Wage Rate of Unemployment) を用いる¹²流儀もあるが、内閣府、日本銀行等ではUV分析に基づく構造失業率が用いられる。本稿でもそれに倣って構造失業率を推計することにする。

構造失業率については、まず一般的な推計方法を提示し、次に回帰分析の標準誤差を用いて推計誤差を定量評価する。最後に、補遺にて潜在変数アプローチを用いた推計誤差の測定方法を新規に提示する。

構造的失業率については厚生労働省 [2009] 付注2にあるように、ある一定期間の失業率の最低値を取る方法もあるが、厚生労働省 [2002]、労働政策研究・研修機構 [2004] にある通りUV分析と呼ばれる手法が用いられることが多く、実際に内閣府 [2011] をはじめ多くのGDPギャップの推計にて、構造失業率を求める際にUV分析が用いられている。ここではこれら先行研究で用いられているUV分析について紹介する。

UV分析とは、雇用失業率を定数項と欠員率で推計する方法である。雇用失業率と欠員率については、図表6にある通り、中期的には右肩下がりの関係が観察される。

図表6：欠員率及び構造失業率の推移（1980年第1四半期～2011年第4四半期）



厚生労働省 [2002]、北浦ほか [2003]、労働政策研究・研修機構 [2004] 等にある通り、

¹¹ 例えば IMF

¹² 例えば OECD

この右肩下がりの関係を以下のような回帰分析により定式化することが多い。

$$\ln(U_t) = \alpha + \beta \ln(V_t) + \varepsilon_t. \quad (8)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2). \quad (9)$$

U_t : 雇用失業率, V_t : 欠員率

このようにして求められた回帰曲線をベバリッジ・カーブと呼ぶ。構造失業率はベバリッジ・カーブ上の $U_t = V_t$ となるような雇用失業率と定義される。すなわち(8)より、構造失業率は $\exp\left\{\frac{\alpha}{1-\beta}\right\}$ と求められる。

しかしながら、この推計方法には北浦ほか [2003 : p.93] にある通り「①ベバリッジ・カーブのシフトを構造要因により説明せず、実現値から構造的失業率を逆算していることから、推計誤差を含めて構造的失業率を過大推計してしまうこと、②欠員率は質・量の面から労働市場の需要を的確に反映しているとは限らないこと、③構造的失業が UV カーブの円運動の動きにより需要要因を含んでいること、④デフレーションにより労働市場の調整能力が低下し、UV 分析が歪められている可能性があること、⑤構造要因の特定化が困難であること、等」の問題が知られている。①に対処するために雇用失業率と欠員率の関係が安定的である期間を選んで UV 分析を行う手法も知られている（厚生労働省 [2005]）が、②～⑤の問題にも対処するため、北浦ほか [2003] で用いられている推計方法により UV 分析を行った。回帰式は以下の通りである。

$$\ln(U_t) = \alpha + \beta \ln(V_t) + \gamma Q_t + \delta E_t + \theta \ln(U_{t-1}) + \varepsilon_t. \quad (10)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2). \quad (11)$$

U_t : 雇用失業率, V_t : 欠員率

Q_t : 離職率, E_t : 高齢者雇用比率

ここで推計結果は図表 7-1 及び図表 7-2 の通りである。

図表 7-1 : UV 分析結果 (回帰統計)

R	0.987888
R ²	0.975923
Adjusted R ²	0.972913
Std. Error	0.046964
No. of observation	37

図表 7-2 : UV 分析結果 (回帰係数)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistics
切片	-0.24524	0.108103	-2.26859
ln(欠員率)	-0.40917	0.045187	-9.05507
離職率	0.454681	0.077944	5.833427
高齢者雇用比率	0.019235	0.00913	2.10678
ln(雇用失業率 _{t-1})	0.726673	0.047675	15.24212

$\ln(U_t)$ の標準誤差が 0.046964 であることから、2 標準偏差の意味で考えると構造失業率の推計誤差はおよそ 0.48% であると考えられる¹³。なお、構造変化を勘案した場合の推計誤差の試算については補遺に述べた。

また、構造失業率の推計誤差が GDP ギャップの推計に与える影響は、構造失業率推計誤差 $\div (1 - \text{構造失業率}) \times (1 - 0.33)$ で近似でき、GDP ギャップの推計に与える影響はおよそ $\pm 0.34\%$ と計算できる

3-2. 真の全要素生産性

真の全要素生産性は、第 2 節で述べたとおり、残差として求められた粗全要素生産性を HP フィルターで平滑化して求められる。平滑化手法としては移動平均、スペクトル解析に基づくトレンド成分抽出等、多くの方法があるなか、決め手が無いながらも HP フィルターが実務で多用されるのは、手法が簡明でありかつ時系列データに応用しやすいからであると考えられる。

しかしながら、French [2001] にもある通り、HP フィルターによる平滑化が最善となるのは時系列が $I(2)$ に従う等の条件を満たすときのみであり、浦沢・清谷 [2008] にも、 $I(1)$ に従うことの多い非定常マクロ経済時系列に対して HP フィルター等の平滑化手法を用いることの問題点が指摘されている。浦沢・清谷 [2008] では更に、このようなマクロ経済時系列に HP フィルターを用いたときの推計誤差を計測する方法として、モンテカルロ法によるものとブートストラップ法によるものを紹介している。ここでは循環成分に明示的な AR 過程を提示することも兼ねて、浦沢・清谷 [2008] で紹介されているモンテカルロ法による推計誤差の計測手法を援用する。

浦沢・清谷 [2008] では HP フィルターを用いたときの推計誤差を以下の通り計測している。

¹³ 足下の構造失業率対数値推計値を $\ln U$ 、 $\ln(U_t)$ の標準誤差を ε とし、
$$\frac{(e^{\ln U + 2\varepsilon} - U) + (U - e^{\ln U - 2\varepsilon})}{2} = U \sinh(2\varepsilon)$$
 を構造失業率の推計誤差とした。

まず、時系列 y_t に HP フィルターを掛けたときのトレンド成分を \hat{y}_t^T とするとき、循環成分 \hat{y}_t^C は以下の通り求められる。

$$\hat{y}_t^C = y_t - \hat{y}_t^T. \quad (12)$$

ここで \hat{y}_t^C は定常過程であると仮定し、以下の自己回帰式により定式化されるとする。

$$\hat{y}_t^C = \mu + \sum_{s=1}^p \rho_s \hat{y}_{t-s}^C + \varepsilon_t. \quad (13)$$

なお、浦沢・清谷 [2008] では、ラグ次数 p を Sugiura [1978], Hurvich and Tsai [1989], Hurvich and Tsai [1991] に倣って有限修正を加えた修正赤池情報量基準を用いて決定しているが、本稿では、1980 年～2011 年の四半期データを用いており、標本数が比較的多いため、通常の赤池情報量基準を用いて決定することとした。

ここで、残差項 $\hat{\varepsilon}_t$ が平均ゼロ、分散 $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ の正規分布に従うとし、擬似乱数 ε_t^{mc} がその分布に従うと仮定し、それに基づいて人工的に擬似循環成分 $y_t^{C,mc}$ を作成する。作成方法は以下の通りである。

$$y_t^{C,mc} = \hat{\mu} + \sum_{s=1}^p \hat{\rho}_s y_{t-s}^{C,mc} + \varepsilon_t^{mc}. \quad (14)$$

最後に以下の通り人工的に擬似時系列 y_t^{mc} を作成する。

$$y_t^{mc} = \hat{y}_t^T + y_t^{C,mc}. \quad (15)$$

このようにして求められた擬似時系列 y_t^{mc} は元の時系列 y_t と、時系列的な性質は極めて近いと考えられる。モンテカルロ法により、擬似時系列 y_t^{mc} を大量に発生させ、それらにそれぞれ HP フィルターを適用することにより、 $\hat{y}_t^{T,mc}$ 及び $\hat{y}_t^{C,mc}$ を 1000 パターン発生させることができる。ここで $\hat{y}_t^{C,mc}$ の分布を見ることにより、循環成分の持つ推計誤差が判明する。具体的には 1000 パターンある $\hat{y}_t^{C,mc}$ のうち、97.5 パーセンタイルの値を $\hat{y}_t^{C,mc,97.5\%}$ 、2.5 パーセンタイルの値を $\hat{y}_t^{C,mc,2.5\%}$ 、平均を $\bar{\hat{y}}_t^{C,mc}$ とし、 $\hat{y}_t^{C,mc,97.5\%} - \bar{\hat{y}}_t^{C,mc}$ 、 $\bar{\hat{y}}_t^{C,mc} - \hat{y}_t^{C,mc,2.5\%}$ がそれぞれ（それぞれ上側・下側の）2 標準偏差の意味での推計誤差と考えることができる。このようにして、HP フィルターの推計誤差を見積もるのが浦沢・清谷 [2008] の提唱するモンテカルロ法に基づく誤差推計方法である。

以下、粗全要素生産性の時系列的性質を調べ、もって浦沢・清谷 [2008] の提唱するモンテカルロシミュレーションを適用した結果を示す。

まず，粗全要素生産性を対数化した時系列 $\ln(A)$ 及び粗全要素生産性の 1 次階差 $d(\ln(A))$ に対して拡張 Dickey-Fuller 単位根検定を行ったところ，図表 8 の通り $\ln(A)$ は $I(1)$ に従う非定常な時系列であることが分かった。

図表 8：対数化した粗全要素生産性 $\ln(A)$ 及び 1 次階差 $d(\ln(A))$ に対する拡張 Dickey-Fuller 単位根検定

	t-Statistics	Prob.
$\ln(A)$	-1.321545	0.8779
$d(\ln(A))$	-11.09270	0.0000

従って粗全要素生産性を，HP フィルターを用いて平滑化することには，浦沢・清谷 [2008] が指摘するような問題点が存在する可能性がある。

ここで， $\ln(A)$ に対して HP フィルターを用いて平滑化した真の全要素生産性を $\ln(\tilde{A})$ とし，循環成分を以下の通り求める。

$$\hat{y}_t^c = \ln(A) - \ln(\tilde{A}). \quad (16)$$

この循環成分を定常過程であると仮定し，(13)の通り自己回帰分析を行う。 $p \in ([1, 7] \cap \mathbb{N})$ としたとき，求められた赤池情報量は図表 9 の通りであった。

図表 9：全要素生産性循環成分に対するラグ次数 p と赤池情報量

説明変数	AIC
1	-6.88983
2	-6.8749
3	-6.89111
4	-6.94723
5	-6.93753
6	-6.91853
7	-6.92607

従って赤池情報量が最小となる $p = 4$ を選ぶこととした。このとき，自己回帰分析の結果は図表 10 の通りである。

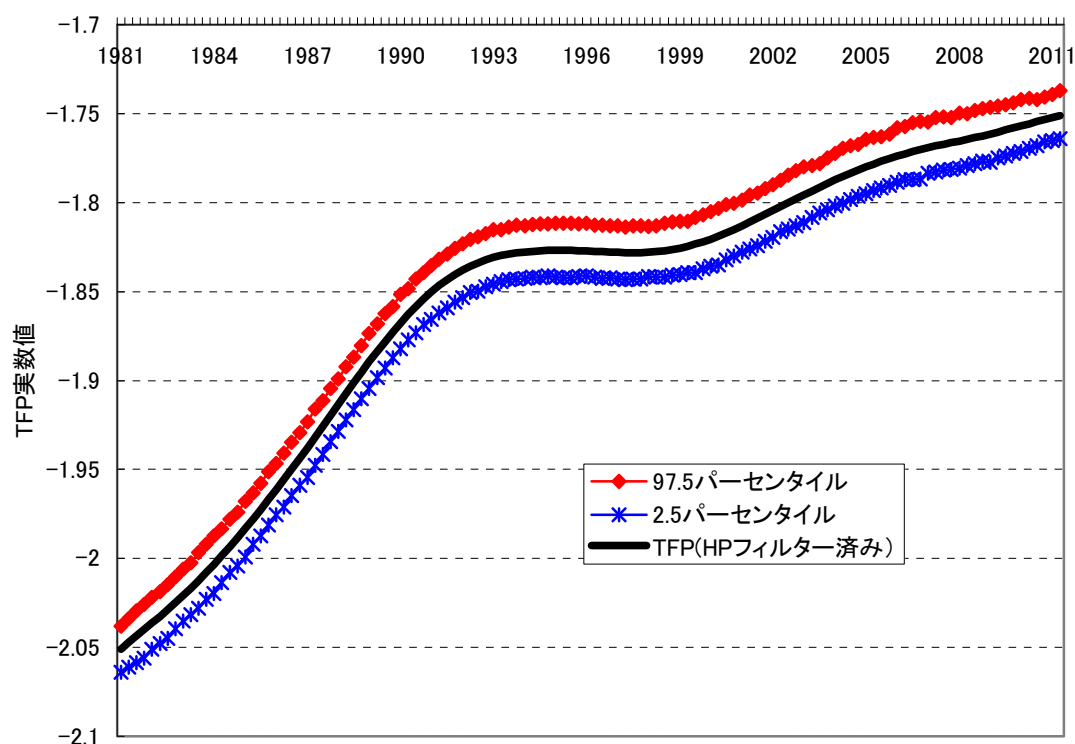
図表 10：全要素生産性循環成分に対する自己回帰分析

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistics
定数項	-8.28E-05	0.000663	-0.12475
$\hat{y}^c(-1)$	0.382607	0.088446	4.325904
$\hat{y}^c(-2)$	0.058086	0.093002	0.624568
$\hat{y}^c(-3)$	0.216176	0.093162	2.320424
$\hat{y}^c(-4)$	-0.24349	0.084762	-2.87258
R-Squared	0.246809	Adjusted R-Squared	0.221277
S.E. of regression	0.007354		

擬似乱数 ε_t^{mc} を平均 0, 標準偏差が図表 10 の標準誤差に従う正規乱数であると仮定し,

(12)(13)に従って擬似時系列 y_t^{mc} を 1000 通り発生させた。 y_t^{mc} に HP フィルターを掛けることにより循環成分 $\hat{y}_t^{C,mc}$ を 1000 通り発生させ, その平均値並びに 97.5 パーセンタイル値及び 2.5 パーセンタイル値を取ることで, 推計誤差の 95%信頼区間を得た。 推計結果の 95%信頼区間は図表 11 の通りであった。

図表 11：HP フィルターによる全要素生産性の推計値と 95%信頼区間



なお、全要素生産性の値は残差項であるので、実数値には意味がなく、乖離率及び伸び率にのみ経済学的な意味があることに留意する必要がある。

図表 11 の全要素生産性推計値と 97.5 パーセンタイル値又は 2.5 パーセンタイル値との乖離率を取ることにより、95%信頼区間で見ると全要素生産性の推計値には平均的に乖離率 $\pm 0.80\%$ 程度の推計誤差がありうる事が分かる。この結果を全要素生産性の推計に伴う推計誤差として採用した。また、GDP ギャップの推計に与える誤差も同じく $\pm 0.80\%$ 程度である。

3-3. 潜在労働力率

3-2 と同様の手法で、潜在労働力率の推計誤差を測定する。

まず労働力率の時系列的な性質を以下の通り分析したところ、図表 12 の通り $I(1)$ に従う非定常な時系列であることが分かった。

図表 12：労働力率及びその 1 次階差に対する拡張 Dickey-Fuller 単位根検定

	t-Statistics	Prob.
労働力率	-1.323748	0.8775
労働力率 1 次階差	-12.16213	0.0000

次に、労働力率からそれを HP フィルターで平滑化して求められる潜在労働力率を差し引いて求められる労働力率循環成分を定常過程であると仮定し、労働力率循環成分に対して(13)の通り自己回帰分析を行う。 $p \in ([1, 7] \cap \mathbb{N})$ としたとき、求められた赤池情報量は図表 13 の通りであった。

図表 13：労働力率循環成分に対するラグ次数 p と赤池情報量

説明変数	AIC
1	-1.090336
2	-1.076694
3	-1.086896
4	-1.085536
5	-1.063121
6	-1.053658
7	-1.048190

従って赤池情報量が最小となる $p = 1$ を選ぶこととした。

このとき、自己回帰分析の結果は図表 14 の通りである。

図表 14：労働力率循環成分に対する自己回帰分析

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistics
定数項	0.000471	0.012351	0.038107
$\hat{y}^c(-1)$	0.751013	0.058975	12.73445
R-Squared	0.564712	Adjusted R-Squared	0.561230
S.E. of regression	0.139190		

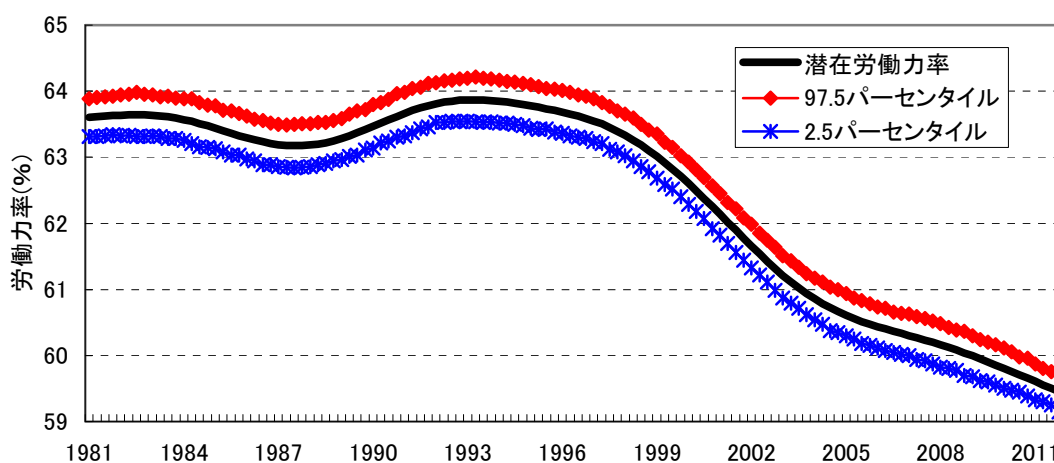
擬似乱数 ε_t^{mc} を平均 0、標準偏差が図表 14 の標準誤差に従う正規乱数であると仮定し、

(14)(15)に従って擬似時系列 y_t^{mc} を 1000 通り発生させた。 y_t^{mc} に HP フィルターを掛けるこ

とにより循環成分 $\hat{y}_t^{C,mc}$ を 1000 通り発生させ、その平均値並びに 97.5 パーセントイル値及

び 2.5 パーセントイル値を取ることにより、推計誤差の 95%信頼区間を得た。潜在労働力率の推計値の 95%信頼区間は図表 15 の通りであった。

図表 15：HP フィルターによる潜在労働力率の推計値と 95%信頼区間



図表 15 の潜在労働力率推計値と 97.5 パーセントイル値又は 2.5 パーセントイル値との乖離率を取ることにより、95%信頼区間で見ると潜在労働力率の推計値には平均的に乖離率 $\pm 0.51\%$ 程度の推計誤差がありうる事が分かる。

なお、潜在労働力率の推計誤差が GDP ギャップの推計に与える影響は、潜在労働力率推計誤差(乖離率) $\times (1 - 0.33)$ で近似でき、GDP ギャップの推計に与える影響は平均で $\pm 0.34\%$ と計算できる。

ところで労働力率を平滑化して潜在労働力率を得るということに関して、より根本的な問題点も指摘しておきたい。労働力率は労働力人口を 15 歳以上人口で除することにより求められる。しかしながら労働力人口は就業者及び完全失業者によってのみ構成されるが、それ以外の者であっても景気状況によっては就業を希望することにより労働力人口に入ってくる可能性がある。従って、労働力率は景気状況等に応じて変化する可能性があるものであり、HP フィルターによる平滑化だけで潜在的な労働力率が測れるかどうかについては注意する必要がある。しかしながら、本論点は本稿の分析対象を外れるので、今後の課題としたい。

3-4. 潜在総労働時間

潜在総労働時間の推計は、総労働時間に対して HP フィルターを用いた平滑化を行って得ているが、以下に述べる工夫を行っている。まず、小寺 [2012b] に倣い、リーマンショック後の総労働時間¹⁴の一時的な落ち込み期間の影響を排除するべく 2009 年 I～IV 四半期の総労働時間を線形補完した。また、HP フィルターを用いたときに足下での推計誤差が大きくなることを勘案し、その影響を小さくするため、OECD の Economic Outlook における 8 四半期分の予測値¹⁵を用いて補足した。このような修正を施した総労働時間（修正総労働時間）に対して HP フィルターを用いた平滑化を行い、潜在総労働時間を得た。このようにして得られた潜在総労働時間の推計誤差を 3-2 と同様の手法で測定した。

まず修正総労働時間の時系列的な性質を以下の通り分析したところ、図表 16 の通り $I(1)$ に従う非定常な時系列であることが分かった。

図表 16：修正総労働時間及びその 1 次階差に対する拡張 Dickey-Fuller 単位根検定

	t-Statistics	Prob.
修正総労働時間	-0.636577	0.9749
修正総労働時間 1 次階差	-19.28372	0.0000

次に、修正総労働時間からそれを HP フィルターで平滑化して求められる潜在総労働時間を差し引いて求められる総労働時間循環成分を定常過程であると仮定し、総労働時間循環成分に対して(13)の通り自己回帰分析を行う。 $p \in ([1, 7] \cap \mathbb{N})$ としたとき、求められた赤池情報量は図表 17 の通りであった。

¹⁴ 実際は総労働時間指数を用いている。

¹⁵ Economic Outlook No.90 の労働時間予測値の伸び率を用いて延伸した。

図表 17：総労働時間循環成分に対するラグ次数 p と赤池情報量

説明変数	AIC
1	1.933051
2	1.760723
3	1.775116
4	1.786779
5	1.777527
6	1.793666
7	1.817002

従って赤池情報量が最小となる $p = 2$ を選ぶこととした。
 このとき、自己回帰分析の結果は図表 18 の通りである。

図表 18：総労働時間循環成分に対する自己回帰分析

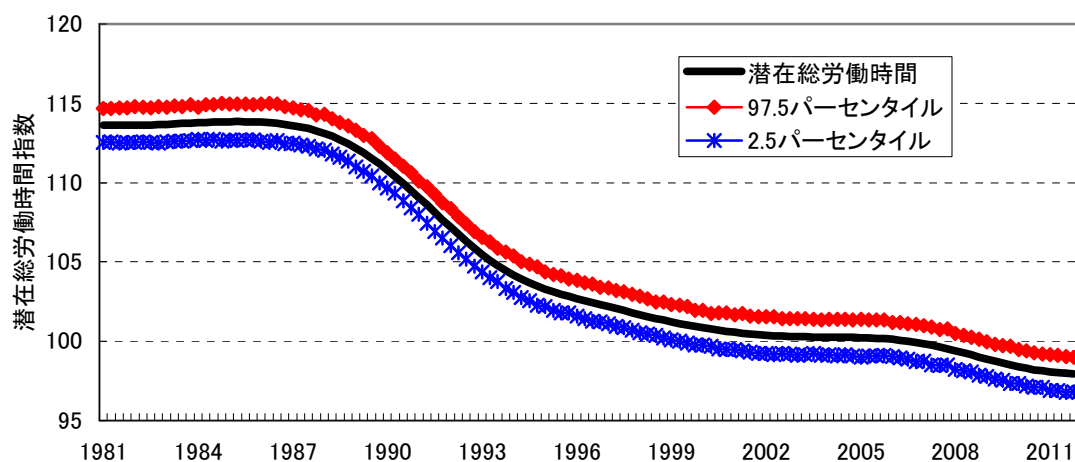
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistics
定数項	-0.00334	0.049864	-0.06694
$\hat{y}^c(-1)$	0.301048	0.079319	3.79539
$\hat{y}^c(-2)$	0.41776	0.079326	5.266355
R-Squared	0.396237	Adjusted R-Squared	0.38702
S.E. of regression	0.577155		

擬似乱数 ε_t^{mc} を平均 0、標準偏差が図表 18 の標準誤差に従う正規乱数であると仮定し、

(14)(15)に従って擬似時系列 y_t^{mc} を 1000 通り発生させた。 y_t^{mc} に HP フィルターを掛けるこ

とにより循環成分 $\hat{y}_t^{C,mc}$ を 1000 通り発生させ、その平均値並びに 97.5 パーセンタイル値及び 2.5 パーセンタイル値を取ることで、推計誤差の 95%信頼区間を得た。潜在総労働時間の推計値の 95%信頼区間は図表 19 の通りであった。

図表 19：HP フィルターによる潜在総労働時間の推計値と 95%信頼区間



図表 19 の潜在総労働力時間推計値と 97.5 パーセンタイル値又は 2.5 パーセンタイル値との乖離率を取ることにより、95%信頼区間で見ると潜在総労働力時間の推計値には平均的に乖離率 $\pm 1.07\%$ 程度の推計誤差がありうる事が分かる。

なお、潜在総労働時間の推計誤差が GDP ギャップの推計に与える影響は、潜在総労働時間推計誤差乖離率 $\times (1 - 0.33)$ で近似でき、GDP ギャップの推計に与える影響は $\pm 0.72\%$ と計算できる。

3-5. 製造業潜在稼働率

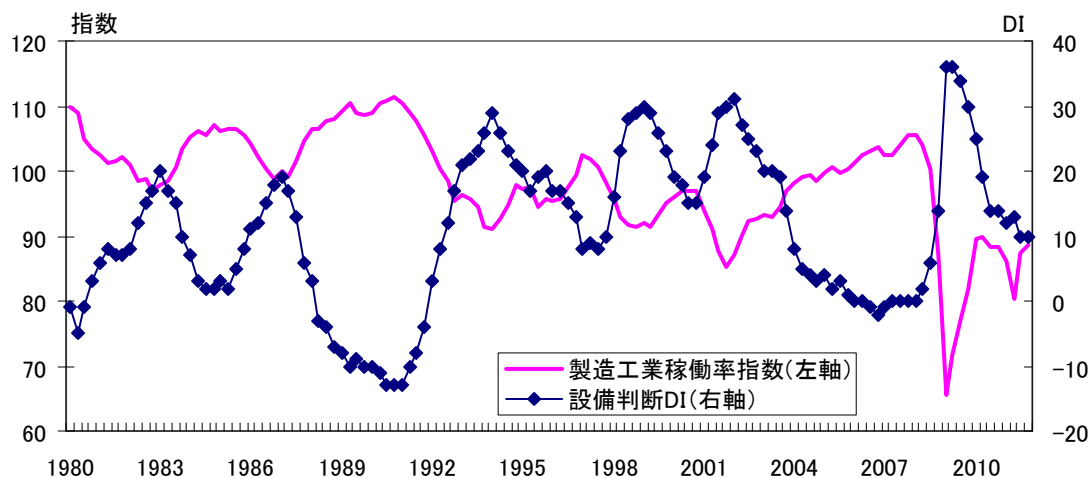
製造業稼働率を日銀短観「生産・営業用設備判断 DI (製造業)」で回帰し、景気要因を除去した値を製造業潜在稼働率とすることにより、製造業潜在稼働率は求められる。具体的には

$$\text{製造業稼働率} = \alpha + \beta \times \text{生産・営業用設備判断 DI (製造業)}, \quad (17)$$

とし、定数項 α を、設備過剰感も設備不足感もないときの稼働率、すなわち製造業潜在稼働率としている。

なお、生産・営業用設備判断 DI は「過剰」から「不足」を差し引いた値であるので、DI が高いほど設備過剰感があり、すなわち稼働率が低いという逆相関関係があると推察でき、実際、図表 20 の通り推察通りの関係性が見て取れる。

図表 20：製造業稼働率及び設備判断 DI（製造業）



ここで、推計誤差とはすなわち(17)式を回帰分析したときの切片の2標準誤差と考えることができる。求められた標準誤差は 1.035 であり、2標準誤差は 2.07 であった。これを乖離率（推計誤差÷製造業潜在稼働率）として捉えると±2.0%である。

従って製造業潜在稼働率の推計誤差としては2標準偏差である乖離率±2.0%を採用することにした。なお、推計誤差が GDP ギャップの推計に与える影響は乖離率×製造業資本ストック比率×0.33 で近似でき、GDP ギャップの推計に与える影響は±0.22%と計算できる。

3-6. 非製造業潜在稼働率

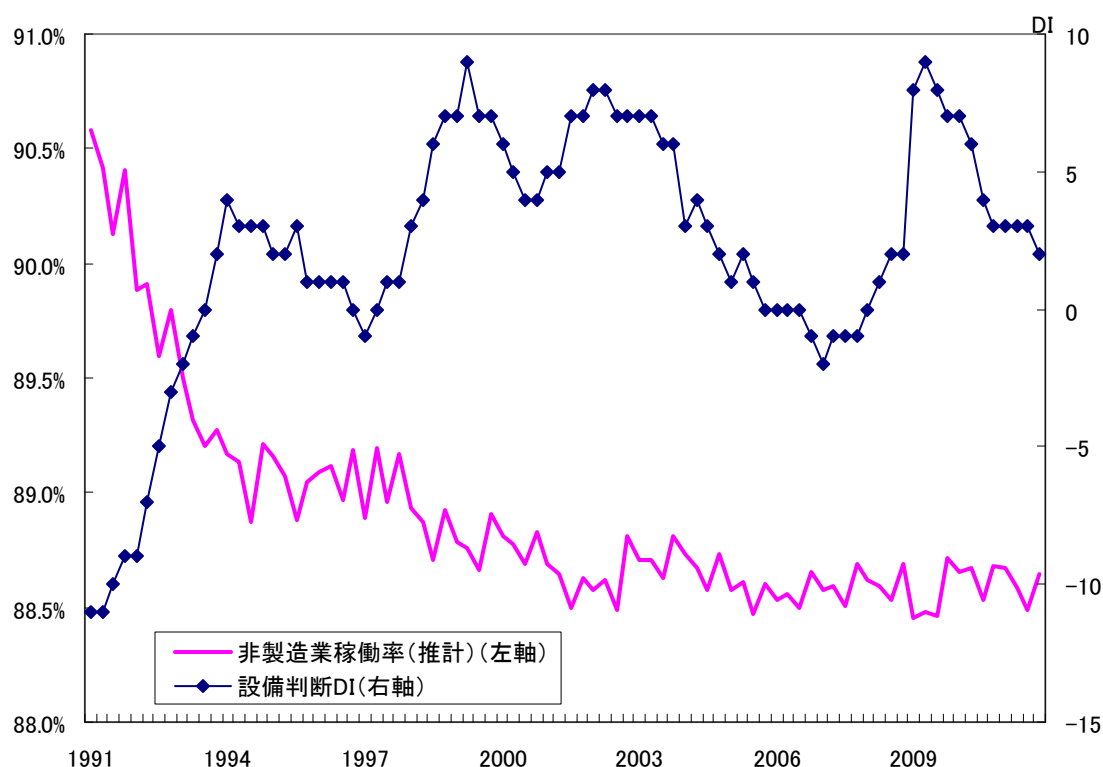
推計により求められた非製造業稼働率を日銀短観「生産・営業用設備判断 DI（非製造業）」で回帰し、景気要因を除去した値を非製造業潜在稼働率とすることにより、非製造業潜在稼働率は求められる。具体的には

$$\text{非製造業稼働率} = \alpha + \beta \times \text{生産・営業用設備判断 DI (非製造業)}, \quad (18)$$

とし、定数項 α を、設備過剰感も設備不足感もないときの稼働率、すなわち非製造業潜在稼働率としている。

なお、非製造業稼働率を見ると、図表 21 を見れば分かるとおおり、製造業稼働率に比べて、DI との逆相関関係は明らかではない。これは非製造業稼働率を直接測った統計がなく、第3次産業活動指数等からウォートンスクール法等を用いて非製造業稼働率を推計していること等が理由に挙げられる。

図表 21：非製造業稼働率及び設備判断 DI（非製造業）



ここで、推計誤差とはすなわち(18)式を回帰分析したときの切片の2標準誤差と考えることができる。求められた標準誤差は 0.038%であり、2標準誤差は 0.077%であった。これを乖離率（推計誤差÷製造業潜在稼働率）として捉えると±0.086%である。

従って非製造業潜在稼働率の推計誤差としては2標準偏差である乖離率±0.086%を採用することにした。なお、推計誤差が GDP ギャップの推計に与える影響は推計誤差÷非製造業潜在稼働率×非製造業ストック比率×0.33 で近似でき、GDP ギャップの推計に与える影響は±0.019%と計算できる。

3-7. 非製造業現実稼働率

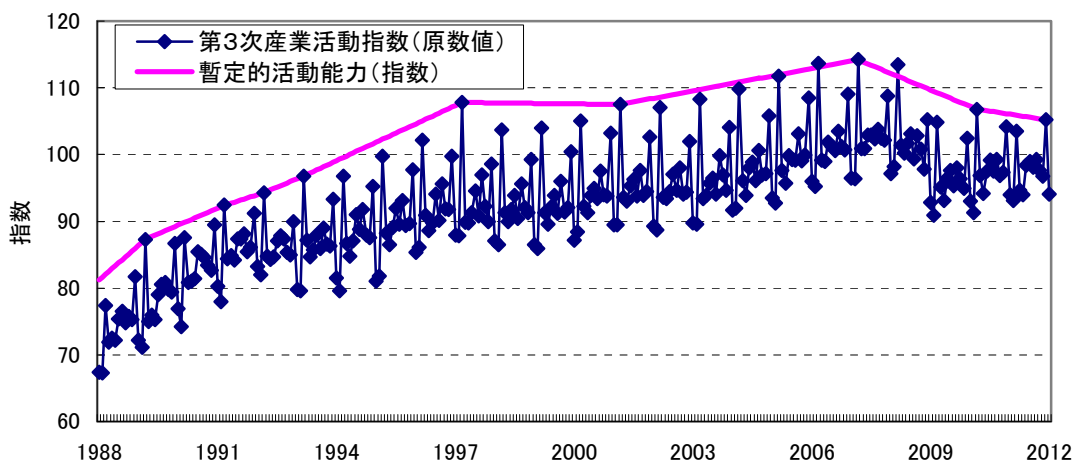
非製造業現実稼働率は前節でも述べた通り、推計する必要がある。本稿は小寺 [2012b] に倣って推計を行った。

まず第3次産業活動指数（月次、原数値）のある時点の指数値が前後 12 カ月の内最大の場合、その指数値をピーク値と定義し、ピーク値とピーク値を直線で結んだものを暫定的活動能力（指数）と定義した。暫定的活動能力（指数）は図表 22 の通りである。

なお、第3次産業活動指数は 1988 年から公表されていることに留意する必要がある。

1987年以前の値は伸び率を用いて補完した。

図表 22：非製造業の暫定的活動能力（指数）



このようにして得られた暫定的活動能力（指数）を被説明変数として，第3次産業活動指数（季節調整済）と非製造業所定外労働時間を説明変数とした回帰分析を行った．具体的には以下の通り回帰分析を行った．

$$\left. \begin{aligned} \text{暫定的活動能力（指数）} &= \alpha + \beta \times \text{第3次産業活動指数（季節調整済）} \\ &+ \gamma \times \text{非製造業所定外労働時間} + \varepsilon. \end{aligned} \right\} (19)$$

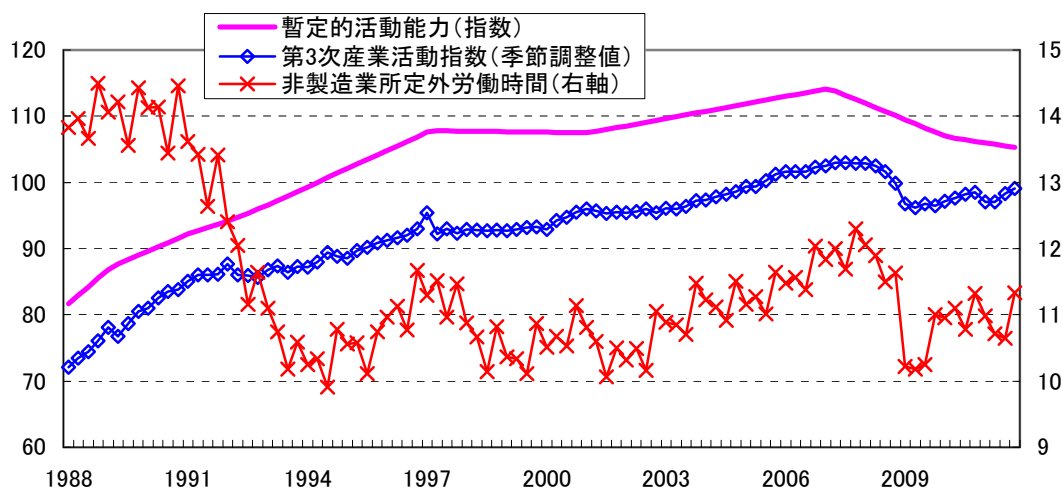
ここで暫定的活動能力（指数）から誤差項を差し引いたものを潜在的活動能力（指数）と定義した．

$$\left. \begin{aligned} \text{潜在的活動能力（指数）} &= \hat{\alpha} + \hat{\beta} \times \text{第3次産業活動指数（季節調整済）} \\ &+ \hat{\gamma} \times \text{非製造業所定外労働時間}. \end{aligned} \right\} (20)$$

最後に第3次産業活動指数（季節調整済）を潜在的活動能力（指数）で割ることにより非製造業現実稼働率を求めた．

参考のため，暫定的活動能力（指数），第3次産業活動指数（季節調整済）及び非製造業所定外労働時間の系列を図表 23 に載せる．

図表 23：暫定的活動能力（指数），第3次産業活動指数（季節調整済）及び非製造業所定外労働時間



なお、ウォートン・スクール法は Klein and Summers [1966], Klein and Preston [1967], Adams and Summers [1973] 等で紹介されている手法であり、日本においても小寺 [2012b] だけでなく、経済産業省経済産業政策局調査統計部 [2006], 草場 [2009] 等にて稼働率や生産能力の推計のために用いられている。上述の通り、ピーク値とピーク値を結ぶという比較的簡便な方法であり、推計誤差は生じにくい手法と考えられるが、ピーク値を結ぶという手法のため、高頻度データでは低頻度データに比べて求められる暫定的活動能力が高くなるという性質がある¹⁶。従って、当手法を用いる場合はデータ頻度を一定にする必要があり、本稿では経済産業省経済産業政策局調査統計部 [2006], 小寺 [2012b] 等に倣い、ウォートン・スクール法を用いる場合のデータ頻度は月次に統一した。

ここで第3次産業活動指数（季節調整済）の値は推計によって変わることはないものの、潜在的活動能力（指数）に関しては(19)式の回帰分析に伴う推計誤差が存在する。その推計誤差は回帰分析の標準誤差で見ることができ、標準誤差は 2.34, 2標準誤差は 4.68 であった。乖離率で見ると±4.45%である。従って非製造業現実稼働率についても、乖離率で見れば±4.45%の推計誤差があると考えられる。

従って GDP ギャップの推計に与える影響は乖離率×非製造業ストック比率×0.33 で近似的に計算できるので、GDP ギャップにはおよそ±0.99%の推計誤差が生じると考えられる。

¹⁶ ある時点の指数値が前後1年のうち最大の場合、その指数値をピーク値と定義するという定義を保った場合、データ頻度が月次のときにはデータ頻度が四半期のときよりも一般的に暫定的活動能力が高くなる。これは、高頻度データでは散発的に大きな値を取るデータがあっても、そのような値は低頻度データにおいては周りのデータによって平均化されてしまうので、ピーク値が大きい値を取りづらくなる傾向があるからである。

3-8. 小括

以上により、GDP ギャップ推計の推計誤差要因を7つに分割することができた（図表5）。これらの推計誤差要因がそれぞれ無相関であることを仮定した場合、95%信頼区間に基づく推計誤差を考えた場合、各要因の二乗和の平方根をとることにより、GDP ギャップの推計値には平均的に見て±1.6%程度の推計誤差があることが分かった¹⁷。なお、構造失業率の誤差をカルマンフィルターを用いて評価する方法も紹介したが、その方法に基づくGDP ギャップの推計誤差については補遺に記した。

第4節 結論

前節の分析により、95%信頼区間又は2標準偏差に基づく推計誤差を、各項目の推計誤差の間の系列無相関を仮定して加算したところ、生産関数アプローチを用いて所定の推計方法を適用した場合、GDP ギャップの推計値には、平均的にみて±1.6%程度の推計誤差が生じることが分かった。

このように、生産関数アプローチという同様の推計手法を用いても、各推計項目の推計誤差が積み上がることによりGDP ギャップの推計には比較的大きな推計誤差が生じることが分かった。

最後に本稿の限界について触れ、今後の発展について述べる。

まず本稿は95%信頼区間又は2標準偏差に基づく推計誤差を用いており、比較的大きめの推計誤差を導出する嫌いがある。1標準偏差に基づく推計誤差を用いる場合は、推計誤差の値は半分になるので、GDP ギャップの推計値には、平均的にみて±0.8%程度の推計誤差が生じるという結論になる。無論、この場合でも定性的な結論には変わりはない。

また本稿では、各推計項目の誤差に伴って生じるGDP ギャップに与える推計誤差の系列間の無相関を仮定しているという問題点がある。もし各推計項目の誤差の間に強い正の系列相関がある場合には推計誤差は単純加算に近い形で積み上がっていくので、図表5の参考試算程度まで推計誤差が大きくなる可能性がある。しかしながら各推計項目の誤差の間の系列相関についてはより豊富な情報を元に判断する必要があるため、本稿の段階ではあくまで誤差に関しては無相関という中立的な仮定を置くことにし、そのような仮定の下でのGDP ギャップの推計誤差の提示に留めた。

そして非製造業現実稼働率については、全く異なる複数の推計方法があるのが現状であ

¹⁷ それぞれの誤差要因が無相関であると仮定すれば、 $\sigma_{total} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}$ を用いて全体の誤差も計算できる。

り、本稿では小寺 [2012b] と同様の手法についての分析に絞って分析を行うことにした。しかしながら第3次産業活動指数を用いる推計方法に限定しても小寺 [2012b] 以外の方法も知られており（伊藤ほか [2006]，内閣府 [2011]，内閣府政策統括官室（経済財政分析担当） [2011]），各手法の優劣判断や各手法間の推計誤差の定量評価を行うのは今後の課題としたい。

補遺

～潜在変数アプローチを用いた UV 分析の推計誤差の測定方法～

UV 分析に基づいて構造失業率を求める際、潜在変数アプローチを用いる先行研究は、筆者の知る限り非常に少ない。そのわずかな先行研究の 1 つである Dixon et al. [forthcoming] では、国全体の労働市場のミスマッチ水準に影響を与える潜在変数を F_t とするとき、地域 i の UV カーブを

$$\ln(U_{it}) = \alpha_i + \beta_i \ln(V_{it-1}) + \delta_i F_t + \varepsilon_{it}, \quad (\text{A-1})$$

$$F_t = F_{t-1} + \eta_t, \quad \varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_i^2), \quad \eta_t \sim N(0, 1), \quad (\text{A-2})$$

としている。この手法を国全体に敷衍し、労働市場のミスマッチ水準 α_t がランダムウォークするような UV カーブを考える。

$$\ln(U_t) = \alpha_t + \beta \ln(V_t) + \varepsilon_t. \quad (\text{A-3})$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + \eta_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2). \quad (\text{A-4})$$

このとき、推計結果は図表 A-1 の通りである。

図表 A-1：カルマンフィルターによる UV カーブ推計

Method: Maximum likelihood (Marquardt)				
Sample: 1980Q1 2011Q4				
Included observations: 128				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistics	Prob.
β	-0.180021	0.130787	-1.376447	0.1687
	Final State	Root MSE	z-Statistics	Prob.
α	1.577429	0.024162	65.28687	0.0000

このとき、構造失業率を $\exp\left\{\frac{\alpha}{1-\beta}\right\}$ で求めると足下では 3.81% となるが、2 標準偏差

上振れた構造失業率 $\exp\left\{\frac{\alpha+2\sigma_\eta}{1-\beta}\right\}$ は 3.97%、2 標準偏差下振れた構造失業率

$\exp\left\{\frac{\alpha-2\sigma_\eta}{1-\beta}\right\}$ は 3.65% となり、この方法では構造失業率の推計誤差は $\pm 0.16\%$ 程度である

と見積もることができた。

なお、補遺により得られた構造失業率の推計誤差を用いた場合、図表 A-2 にある通り、GDP ギャップの誤差は $\pm 1.5\%$ となった。

図表 A-2 : 95%信頼区間を求めた場合の各推計項目の持つ推計誤差
(補遺の結果を用いた場合)

推計項目 (大分類)	推計項目名	推計誤差	GDP ギャップ推計に与える影響
現実資本投入量	非製造業現実稼働率	乖離率±4.45%	±0.99%
全要素生産性	真の全要素生産性	乖離率±0.80%	±0.80%
潜在労働投入量	潜在労働力率	乖離率±0.51%	±0.34%
	構造失業率	±0.16%	±0.11%
	潜在総労働時間(指数)	乖離率±1.07%	±0.72%
潜在資本投入量	製造業潜在稼働率(指数)	乖離率±2.0%	±0.22%
	非製造業潜在稼働率	乖離率±0.086%	±0.019%
計 (各項目の誤差が無相関と仮定)			±1.5%
単純加算 (参考試算)			±3.2%

参考文献

- 一上響, 代田豊一郎, 関根敏隆, 笛木琢治, 福永一郎 [2009]「潜在成長率の各種推計法と留意点」, 『日銀レビュー』2009-J-13, 日本銀行
- 伊藤智, 猪又祐輔, 川本卓司, 黒住卓司, 高川泉, 原尚子, 平形尚久, 峯岸誠 [2006]「GDP ギャップと潜在成長率の新推計」, 『日銀レビュー』2006-J-8, 日本銀行
- 牛嶋俊一郎 [2011]「我が国における GDP ギャップとデフレ--オクン法則に基づく新しい GDP ギャップ指標の提案」, 『社会科学論集』133:89-120 2011, 埼玉大学
- 浦沢聡士, 清谷春樹 [2008]「景気循環成分の推計精度: シミュレーション手法による GDP ギャップの信頼区間の導出」, ESRI Discussion Paper Series No.194, 内閣府経済社会総合研究所
- 小野亮 [2009]「米国個人消費の展望~雇用なき回復と逆資産効果」 みずほ総研論集 2009年IV号
- 鎌田康一郎, 廣瀬康生 [2003]「潜在 GDP とフィリップス曲線を同時推計する新手法」, 『金融研究』2003年6月号, 日本銀行金融研究所
- 鎌田康一郎, 増田宗人 [2001]「統計の計測誤差がわが国の GDP ギャップに与える影響」, 『金融研究』2001年4月号, 日本銀行金融研究所
- 鎌田康一郎, 増田宗人 [2000]「マクロ生産関数に基づくわが国の GDP ギャップ-統計の計測誤差が与える影響-」, Working Paper 00-15, 日本銀行調査統計局
- 北浦修敏, 原田泰, 坂村素数, 篠原哲 [2003]「構造的失業とデフレーション」, フィナンシャルレビュー2003年1月 pp.75-119, 財務省財務総合政策研究所
- 草場洋方 [2009]「稼働率の動向からみた設備ストック調整の深さと長さに関する考察」, みずほ日本経済インサイト, みずほ総合研究所
- 草場洋方 [2007]「わが国潜在 GDP の長期推計~経済活性化策の効果の検証, 現下経済へのインプリケーションを交えて~」, 『みずほ総研論集』2007年III号
- 経済産業政策局調査統計部 [2006]『産業活動分析』第3節
- 厚生労働省 [2009]「平成 21 年版 労働経済の分析-賃金, 物価, 雇用の動向と勤労者生活-」
- 厚生労働省 [2005]「平成 17 年版 労働経済の分析-人口減少社会における労働政策の課題」
- 厚生労働省 [2002]「平成 14 年版 労働経済の分析-最近の雇用・失業の動向とその背景-」
- 小寺信也 [2012a]「2012 年第 1 四半期 2 次 Q E 後の GDP ギャップ」, 今週の指標 No. 1035, 内閣府
- 小寺信也 [2012b]「SNA 基準改定後の GDP ギャップ」, 今週の指標 No. 1026, 内閣府
- 酒巻哲朗 [2009]「1980 年代以降の GDP ギャップと潜在成長率について」深尾京司編『マクロ経済と産業構造』慶應義塾大学出版会 pp.3-32

- 内閣府 [2011]「平成 23 年度 年次経済財政報告（経済財政政策担当大臣報告）—日本経済の本質的な力を高める—」
- 内閣府政策統括官室（経済財政分析担当） [2011]「日本経済 2011-2012—震災からの復興と対外面のリスク—」
- 日本銀行調査統計局 [2003]「GDP ギャップと潜在成長率」, 『日本銀行調査月報』2003年2月号, 日本銀行
- 廣瀬康生, 鎌田康一郎 [2002]「可変 NAIRU によるわが国の潜在成長率」, Working Paper02-8, 日本銀行調査統計局
- 宮尾龍蔵 [2003]「GDP ギャップと物価変動」, 『国民経済雑誌』2003年6月, 187(6), p.37-51
- 宮尾龍蔵 [2001]「GDP ギャップの推計と供給サイドの構造変化」, Working Paper 01-18, 日本銀行調査統計局
- 宮川努, 真木和彦 [2001]「GDP ギャップ計測の課題と新たな方向性」, Working Paper 01-15, 日本銀行調査統計局
- 村澤康友 [2007] 橋木俊詔編『日本経済の実証分析』東洋経済新報社 pp.47-65
- 山澤成康 [2002]「状態空間モデルを使った GDP ギャップの推計」, 跡見学園女子大学マネジメント学部ディスカッションペーパーDP#02-01
- 労働政策研究・研修機構 [2004]「構造的・摩擦的失業の増加に関する研究（中間報告）」, 労働政策研究報告書 No.L-8
- Adams, F Gerald and Robert Summers [1973] “The Wharton Indexes of Capacity Utilization: A Ten Year Perspective,” *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association*, pp. 67-72
- Dixon, Robert, G.C. Lim and John Freebairn [forthcoming] “Regional Beveridge Curves: A Latent Variable Approach,” *Regional Studies*
- French, Mark W [2001] “Estimating changes in trend growth of total factor productivity: Kalman and H-P filters versus a Markov-switching framework,” Federal Reserve Board, Finance and Economics Discussion Series 2001-44.
- Fueki, Takuji, Ichiro Fukunaga, Hibiki Ichiue and Toyoichiro Shirota [2010] “Measuring Potential Growth with an Estimated DSGE Model of Japan’s Economy,” Working paper No. 10-E-13, Research and Statistics Department, Bank of Japan
- Hodrick, Robert, and Edward C. Prescott [1997] "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation," *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29 (1), 1–16.
- Hurvich, Clifford M. and Chih-Ling Tsai [1991] "Bias of the corrected AIC criterion for underfitted regression and time series models," *Biometrika* 78 (3) pp.499-509
- Hurvich, Clifford M. and Chih-Ling Tsai [1989] "Regression and time series model selection in small samples," *Biometrika* 76 (2), pp. 297-307.
- IMF [2006] ”IMF Country Report Japan: Selected Issues,” July 2006, No. 06/276, International

Monetary Fund

IMF [2002] "World Economic Outlook"

Klein, Lawrence. R. and R. S. Preston [1967] "Some New Results in the Measurement of Capacity Utilization," *American Economic Review* 57(1) pp. 34-58

Klein, Lawrence. R. and Robert Summers [1966] *The Wharton Index of Capacity Utilization*, University of Pennsylvania Economics Research Unit

Mise, Emi, Tae-Hwan Kim and Paul Newbold [2005] "On suboptimality of the Hodrick-Prescott filter at time series endpoints," *Journal of Macroeconomics* 27 pp.53-67

OECD [2002] "OECD Economic Outlook" Vol. 72

Saint-Exupéry, Antoine Marie Jean-Baptiste Roger comte de [1943] "Le Petit Prince," Reynal & Hitchcock ed.

Sato, Kazuo [2001] "Japan's potential output and the GDP gap: a new estimate," *Journal of Asian Economics*, 12 183-196

Sugiura, Nariaki [1978] "Further analysis of the data by Akaike's information criterion and the finite corrections," *Communications in Statistics - Theory and Methods* 7(1) pp.13-26

Taylor, John B. [1993] "Discretion versus Policy Rules in Practice," Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, 39, pp.195-214

Yano, Koiti, Yasuyuki Iida and Hajime Wago [2010] "Estimating New Keynesian DSGE Models in A Liquidity Trap Using the Monte Carlo Particle Filter: An Application to the Japanese Economy," paper presented for *Econometric Society World Congress*

Yano, Koiti [2009] "Dynamic Stochastic General Equilibrium Models Under a Liquidity Trap and Self-organizing State Space Modeling," ESRI Discussion Paper Series No.206, Economic and Social Research Institute, Cabinet Office, Tokyo, Japan