

上級ミクロ経済学：宿題 5

京都大学経済研究所 原 千秋

平成 21 年 5 月 19 日

注意

明示的に証明を求めない設問に対しては、解答の内容に応じて証明・反例・値等を与えること。

1. Y を \mathbf{R}^L の生産可能性集合とする。以下の 2 命題を証明せよ。
 - (a) Y が凸であるならば、 Y が無生産の可能性 (possibility of inaction) を持つことと、収穫非逓増 (non-increasing returns to scale) の条件を満たすことが同値である。
 - (b) Y が凸錐 (convex cone) であることと、 Y は加法的 (additive, すなわち任意の $\bar{y} \in Y$ および $\bar{y}' \in Y$ に対し、 $\bar{y} + \bar{y}' \in Y$) かつ収穫非逓増の条件を満たすことが同値である。
2. 収穫非逓増の条件を満たすが、凸ではない生産集合の例を挙げよ。
3. $f: \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$ を、1 種類の要素を投入する生産関数とする。 f は連続かつ厳密な増加関数で、 $f(0) = 0$ を満たすと仮定する。生産可能性集合 Y を $Y = \{\bar{y} \in \mathbf{R}^2 \mid \bar{y}_1 \leq 0 \text{ and } \bar{y}_2 \leq f(-\bar{y}_1)\}$ と定める。
 - (a) f が凹関数ならば、 Y は収穫非逓増の条件を満たすことを証明せよ。
 - (b) Y が収穫非逓増の条件を満たすが、 f は凹関数ではない例を挙げよ。
4. \mathbf{R}_+^{L-1} 上で定義された生産関数 f が 1 次同次関数 (つまり、任意の $z \in \mathbf{R}_+^{L-1}$ と $\alpha \geq 0$ に対し、 $f(\alpha z) = \alpha f(z)$ が成立する) ならば、 f から導出される条件付要素需要対応 z と費用関数 c は産出量 q の同次関数であることを証明せよ。さらに、その場合の次数を求めよ。