上級ミクロ経済学： 宿題 3

京都大学経済研究所 原 千秋

2009 年 4 月 25 日

注意

明示的に証明を求めない設問に対しては，解答の内容に応じて証明・反例・値等を与えること．

1. $\succsim$ を，$X = \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}_+^{L-1}$ 上の，第 1 財に関して準線形（quasi-linear）な選好関係とする．(つまり，任意の $x \in X$，$y \in X$，$\alpha \in \boldsymbol{R}$ に対し，$x \succsim y$ と $x + (\alpha, 0, \dots, 0) \succsim y + (\alpha, 0, \dots, 0)$ が同値．）$\succsim$ から導出される（Marshallian, Walrasian）需要関数を x で表す．このとき，任意の $p \in \boldsymbol{R}_{++}^L$ と $w \in \boldsymbol{R}$ に対し，

$$x(p, w + \alpha) = x(p, w) + \left\{ \left(\frac{\alpha}{p_1}, 0, \dots, 0 \right) \right\}$$

   が成り立つことを証明せよ．($\succsim$ の凸性や連続性を仮定しないで証明すること．）

2. (a) $\boldsymbol{R}_+^2$ 上で定義された効用関数 $u(x) = x_1 + x_2$（ただしここで $x = (x_1, x_2)$）の Hicksian 需要対応と支出関数を求めよ．
   (b) いかなる $(p, \bar{u}) \in \boldsymbol{R}_{++}^2 \times \boldsymbol{R}$ において，支出関数は微分可能ではないか？
   (c) 支出関数を e で，Hicksian 需要対応を h で表すとする．$(p^*, \bar{u}) \in \boldsymbol{R}_{++}^2 \times \boldsymbol{R}$ において e は微分可能でないとするとき，いかなる $q \in \boldsymbol{R}^2$ を選べば，任意の $p \in \boldsymbol{R}_{++}^2$ に対して，$q \cdot (p - p^*) \geq e(p, \bar{u}) - e(p^*, \bar{u})$ が成立するか？また，このような q と $h(p^*, \bar{u})$ の関係を述べよ．

3. u を連続かつ準凹（quasi-concave）な $\boldsymbol{R}_+^2$ 上の効用関数とする．x，v，h，e を，u から導出される（Marshallian, Hicksian）需要対応，間接効用関数，Hicksian 需要対応，支出関数とする．
   (a) u が表す選好関係が局所非飽和性を満たさない場合，$e(p, v(p, w)) = w$ と $h(p, v(p, w)) = x(p, w)$ のいずれも成り立たないことがあることを例を挙げて示せ．
   (b) p が $\boldsymbol{R}_{++}^2$ に属さない（ただし $p \in \boldsymbol{R}_+^2 \setminus \{0\}$）場合，$v(p, e(p, \bar{u})) = \bar{u}$ と $x(p, e(p, \bar{u})) = h(p, \bar{u})$ のいずれも成り立たないことがあることを例を挙げて示せ．