

上級ミクロ経済学：宿題 2

京都大学経済研究所 原 千秋

平成 21 年 4 月 21 日

注意

明示的に証明を求めない設問に対しては、解答の内容に応じて証明・反例・値等を与えること。

1. R_+^L 上で定義された単調性と厳密な凸性を満たす任意の選好関係は強単調性も満たすことを証明せよ。
2. 効用関数 $u(x) = -x_1^\alpha - x_2^\alpha$ (ただしここで $x = (x_1, x_2)$ で α は正の定数) が表す R_+^2 上の選好関係は、 α がいかなる値をとるときに凸性を満たすか？(この選好関係は単調性を満たさないことに注意せよ。)
3. (a) 辞書的順序の (Marshallian, Walrasian) 需要関数を求めよ。
(b) 完備性, 推移性, 連続性, 凸性, 単調性を全て満たし, なおかつ (a) で求めた需要関数を持つ選好関係をひとつ挙げよ。
4. α と β を 1 未満の正の定数とし, R_+ 上の実数値関数 v_α と v_β を $v_\alpha(z) = z^\alpha$ および $v_\beta(z) = z^\beta$ と定義する。 R_+^3 上の効用関数 u を

$$u(x) = v_\alpha(x_1) + v_\alpha\left(v_\beta^{-1}\left(\frac{1}{2}v_\beta(x_2) + \frac{1}{2}v_\beta(x_3)\right)\right)$$

と定義する。ただしここで $x = (x_1, x_2, x_3)$ である。

- (a) u の勾配ベクトル $\nabla u(x)$ を, x, α, β を用いて表せ。
 - (b) u が表す選好関係は相似的 (homothetic) であることを証明せよ。
5. α を 1 より大きな定数とし, R_{++}^3 上の効用関数 u を

$$u(x) = \frac{1}{1-\alpha}x_1^{1-\alpha} + \frac{1}{1-2\alpha}x_1^{1-2\alpha}$$

と定義する。ただしここで $x = (x_1, x_2)$ である。 u が表す選好関係の需要関数を $x(p, w) = (x_1(p, w), x_2(p, w))$ で表し, (p, w) における第 ℓ 財 ($\ell = 1, 2$) の需要の所得弾力性を

$$\frac{w}{x_\ell(p, w)} \frac{\partial x_\ell}{\partial w}(p, w)$$

と定義する。このとき, 任意の (p, w) において, 第 1 財の需要の所得弾力性は 1 より大きく, 第 2 財の需要の所得弾力性は 1 より小さいことを証明せよ。