上級ミクロ経済学： 宿題 1

京都大学経済研究所 原 千秋

2009 年 4 月 13 日

注意

明示的に証明を求めない設問に対しては，解答の内容に応じて証明・反例・値等を与えること．

1. 以下の 2 命題を証明せよ．
   (a) 非対称的（asymmetric）かつ負に推移的（negatively transitive）な任意 2 項関係は推移的（transitive）である．
   (b) 非反射的（irreflexive）かつ推移的な任意 2 項関係は非循環的（acyclic）である．

2. 選択肢の集合 X 上の 2 項関係 R に対し，もうひとつの 2 項関係 R^c を，任意の $x \in X$ および $y \in X$ に対し，xRy が成立しない時に xR^cy とすることで定義する．このとき，R が完備（complete）かつ推移的であることと，R^c が非対称的かつ負に推移的あることが同値であることを証明せよ．

3. $\boldsymbol{R}^3$ 上の 2 項関係 R を，任意の $x = (x_1, x_2, x_3) \in \boldsymbol{R}^3$ および $y = (y_1, y_2, y_3) \in \boldsymbol{R}^3$ に対し，$x_n \geq y_n$ が少なくとも 2 つの n に対して成り立つ時に xRy とすることで定義する．このとき，R が推移的でないことを例を挙げて示せ．

4. $\succsim$ を X 上の 2 項関係，$\succ$ をその厳密な部分（asymmetric part），$\sim$ を無差別の部分（indifference part）とする．もし $\succsim$ が推移的ならば，任意の $x \in X$，$y \in X$，$z \in X$ に対し，$x \sim y$ かつ $y \succ z$ のとき，$x \succ z$ であることを証明せよ．また，もし $\succ$ と $\sim$ が推移的ならば，任意の $x \in X$，$y \in X$，$z \in X$ に対し，$x \sim y$ かつ $y \succ z$ ならば $x \succ z$ であるか?

5. 選択肢の集合 X を $\{x, y, z\}$ とし，X 上の選択構造 $(\mathscr{B}, C)$ を $\mathscr{B} = \{\{x, y\}, \{y, z\}, \{x, z\}\}$，$C(\{x, y\}) = \{x\}$，$C(\{y, z\}) = \{y\}$，$C(\{x, z\}) = \{z\}$ で定める．このとき，$(\mathscr{B}, C)$ は顕示選好の弱公理は満足するが，強公理は満足しないことを示せ．

6. 選択肢の集合 X を $\{w, x, y, z\}$ とし，X 上の選択構造 $(\mathscr{B}, C)$ は，
$$\mathscr{B} = \{\{x, y\}, \{y, z\}, \{x, z\}, \{w, x, y, z\}\},\ C(\{x, y\}) = \{x\},\ C(\{y, z\}) = \{y\}$$
を満足するものとする．このとき，C が顕示選好の強公理を満足するならば，$C(\{w, x, y, z\})$ は一意に定まるか？もし定まらなければ，$C(\{w, x, y, z\})$ がとり得る値（X の部分集合）を全て挙げよ．